

5. Владов С. І., Шмельов Ю. М., Пилипенко Л. М., Подгорних Н. В., Назаренко Н. П., Тутова Н. В., Дерябіна І. О. Контроль і діагностика технічного стану авіаційного двигуна ТВЗ-117 із застосуванням модернізованих методів найменших квадратів й зрівнювання. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2020. Том 31 (70). № 1. Частина 1. С. 14–20.

6. Кузнецова Т. А., Августинович В. Г., Губарев Е. А. Алгоритмы диагностики и парирования отказов каналов измерения системы автоматического управления авиационным двигателем. *Вестник ПНИПУ. Электротехника, информационные технологии, системы управления*. 2015. № 16. С. 5–14.

УДК 629.735

Владов С. І., к.т.н.

Шмельов Ю. М., к.т.н.

Семенов В. О., к.ф.-м.н., доцент

Васильєв Д. О., курсант

Кременчуцький льотний коледж Харківського національного університету внутрішніх справ, м. Кременчук, Україна

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДА РЕЛАКСАЦІЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ АВІАЦІЙНОГО ДВИГУНА ТВЗ-117

Авіаційний газотурбінний двигун ТВЗ-117 являє собою складну динамічну систему із взаємопов'язаним впливом газодинамічних і теплофізичних процесів, що протікають в його вузлах. Розробка методу контролю і діагностики технічного стану авіаційного двигуна ТВЗ-117 на основі математичного моделювання термогазодинамічних процесів і реалізація його в бортовій системі є однією із задач загальної проблеми комп'ютерної підтримки, забезпечення надійної і стійкої роботи двигунів в експлуатації.

Передбачається, що в процесі роботи авіаційного двигуна ТВЗ-117, виконуються фундаментальні закони збереження енергії, маси, імпульсу тощо. Тоді рівняння Нав'є-Стокса, що описує рух стиснутого теплопровідного газу, буде мати вигляд [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{F}_3}{\partial x_3} = 0; \quad (1)$$

де $\mathbf{F}_j = \mathbf{F}_j(\mathbf{U}, \mathbf{U}_{x_1}, \mathbf{U}_{x_2}, \mathbf{U}_{x_3})$;

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_{x_1} \\ \rho u_{x_2} \\ \rho u_{x_3} \\ E \end{pmatrix}; \mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} \rho u_{x_1} \\ \rho u_{x_1}^2 + p - \Pi_{x_1 x_1} \\ \rho u_{x_1} u_{x_2} - \Pi_{x_1 x_2} \\ \rho u_{x_1} u_{x_3} - \Pi_{x_1 x_3} \\ (E + p)u_{x_1} - q_{x_1} \end{pmatrix}; \mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} \rho u_{x_2} \\ \rho u_{x_1} u_{x_2} - \Pi_{x_1 x_2} \\ \rho u_{x_2}^2 + p - \Pi_{x_2 x_2} \\ \rho u_{x_2} u_{x_3} - \Pi_{x_2 x_3} \\ (E + p)u_{x_2} - q_{x_2} \end{pmatrix}; \mathbf{F}_3 = \begin{pmatrix} \rho u_{x_3} \\ \rho u_{x_1} u_{x_3} - \Pi_{x_1 x_3} \\ \rho u_{x_2} u_{x_3} - \Pi_{x_2 x_3} \\ \rho u_{x_3}^2 + p - \Pi_{x_3 x_3} \\ (E + p)u_{x_3} - q_{x_3} \end{pmatrix};$$

де ρ – густина; $\mathbf{u} = (u_{x_1}, u_{x_2}, u_{x_3})$ – вектор швидкості; p – тиск; $E = \rho\varepsilon + \rho \frac{\mathbf{u}^2}{2}$ –

повна енергія одиниці об'єму; ε – внутрішня енергія одиниці маси.

Одним з перспективних методів розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь є метод релаксації, який має вигляд [1, 2]:

$$\Phi_{ij}^{k+1} = \omega \left(\frac{b_{ij}\Phi_{i-1j}^{k+1} + c_{ij}\Phi_{i+1j}^k + d_{ij}\Phi_{ij-1}^{k+1} + e_{ij}\Phi_{ij+1}^k + f_{ij}}{a_{ij}} \right) + (1-\omega)\Phi_{ij}^k; \quad (1)$$

$$i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; k = 0 \dots K.$$

дек – номер ітерації.

Для кожної з отриманих різницевих схем для визначення виконується рівність $a_{ij} \geq b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} + e_{ij} = \sum_{nb} a_{nb}$, причому $a_{ij} > \sum_{nb} a_{nb} = b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} + e_{ij}$ має місце на межі розглянутої області, що є достатнім для збіжності ітераційного процесу [3]. При $0 < \omega < 1$ виходить метод нижньої релаксації. Використання методу нижньої релаксації уповільнює зміну залежної змінної. При $1 < \omega < 2$ має місце метод верхньої релаксації. Він збільшує швидкість збіжності ітераційного процесу.

З рекурентної формули (1) видно, що виробляється строго послідовний перерахунок значень невідомої сіткової функції. Отже, щоб розрахувати Φ_{ij}^{k+1} , необхідно знати значення Φ_{i-1j}^{k+1} і Φ_{ij-1}^{k+1} , які, в свою чергу, обчислюються через значення сіткової функції в лівому і нижньому вузлах сіткового шаблону різницевої схеми. А це означає, що обчислення ведуться послідовно в заздалегідь обумовленому порядку. Розпаралелювання обчислень за рекурентним формулами є певною проблемою для комп'ютера з паралельною архітектурою, тому розглянемо спосіб обходу вузлів сітки, що ґрунтується на їх «червоно-чорному» впорядкуванні [3]. Відповідно до цього прийому всі вузли сітки поділяються на дві підмножини $\Omega_k = \Omega_h^R \cup \Omega_h^B$, а оскільки при отриманні різницевих схем використовується шаблон «хрест», то, для розрахунку значення сіткової функції Φ_{ij}^{k+1} у вузлу «чорного кольору» потрібні значення Φ_{nb}^k у вузлах «червоного кольору» і навпаки. У такому випадку, використовуючи порядкобчислень значень сіткової функції спочатку у всіх вузлах «чорного», а потім у вузлах «червоного кольору», метод релаксації (1) перетвориться в двоетапний обчислювальний процес з використанням явних (не рекурентних)

формул:

$$(\Phi_{ij}^{k+1})_B = \omega \left(\frac{b_{ij}(\Phi_{i-1j}^k)_R + c_{ij}(\Phi_{i+1j}^k)_R + d_{ij}(\Phi_{ij-1}^k)_R + e_{ij}(\Phi_{ij+1}^k)_R + (f_{ij})_B}{a_{ij}} \right) + (1-\omega)(\Phi_{ij}^k)_B;$$

$$(i, j) \in \Omega_h^B;$$

$$(\Phi_{ij}^{k+1})_R = \omega \left(\frac{b_{ij}(\Phi_{i-1j}^{k+1})_B + c_{ij}(\Phi_{i+1j}^{k+1})_B + d_{ij}(\Phi_{ij-1}^{k+1})_B + e_{ij}(\Phi_{ij+1}^{k+1})_B + (f_{ij})_R}{a_{ij}} \right) + (1-\omega)(\Phi_{ij}^k)_R;$$

$$(i, j) \in \Omega_h^R.$$

У табл. 1 показано робочі програми, побудовані за послідовним алгоритмом з «червоно-чорним» упорядкуванням [1, 2], використовуючи, в залежності від розміщення, окремі сітки. Розрахунки проводилися на одному обчислювальному вузлі кластеру із використанням компілятора C++.

Таблиця 1 – Час роботи послідовної програми при використанні різних сіток (точність $\varepsilon = 0,001$)

Сітка	Кількість ітерацій	Час обчислень, с
128×128	1004	21
256×256	3176	294
512×512	12160	5037
1024×1024	53713	107655

З табл. 1 видно, що при зменшенні кожного кроку рівномірної сітки в 2 рази число ітерацій збільшується нелінійно, зростає обсяг обчислень і час роботи програми при кожній зміні розмірів сітки збільшується більш ніж на порядок. Тим самим стає актуальним скорочення часу роботи програми за рахунок використання ЕОМ з паралельною архітектурою.

Для перевірки правильності роботи побудованого алгоритму і програми були проведені порівняння розрахункових даних з результатами, представленими в [14]. На рис. 1, а показаний профіль поздовжньої швидкості v_x в середньому поперечному перерізі компресора авіаційного двигуна ТВ3-117 $x = L_x$, отриманий в результаті обчислень, на рис. 1, б побудований графік поперечної швидкості v_y в середньому поздовжньому перерізі компресора авіаційного двигуна ТВ3-117.

З рис. 1 видно, що навіть при використанні для конвективних членів протипотокової апроксимації першого порядку на докладній сітці має місце «досить гарне» узгодження з розрахунками, отриманими на основі використання різницевої схеми більш високого порядку на відносно більш грубій сітці.

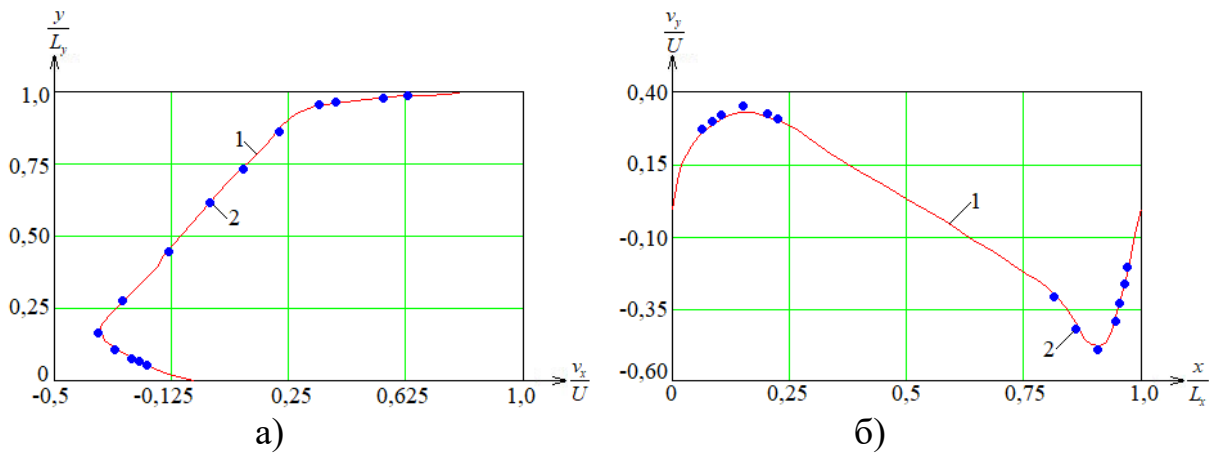


Рисунок 1 – Графік поздовжньої швидкості (при $x = L_x / 2$) та поперечної (при $y = L_y / 2$): 1 – отриманий на сітці 256×256 ; 2 – розрахунки [4]

Таким чином, застосування принципу неоднорідності геометричної декомпозиції, «червоно-чорного» упорядкування при обході вузлів сітки і методу релаксації для розв'язку сіткових рівнянь дозволяє отримати розв'язок рівнянь, що описують робочі процеси в авіаційному двигуні ТВ3-117.

Список літератури

1. Владов С. І., Шмельов Ю. М., Пилипенко Л. М., Подгорних Н. В., Назаренко Н. П., Тутова Н. В., Дерябіна І. О. Математичне моделювання робочих процесів авіаційного газотурбінного двигуна ТВ3-117 для контролю і діагностики його технічного стану. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2020. № 1 (72). Частина 1. С. 18–34.
2. Деги Д. В., Старченко А. В. Численное решение уравнений Навье-Стокса на компьютерах с параллельной архитектурой. *Вестник Томского государственного университета*. 2012. № 2 (18). С. 88–98.
3. Terekhov A. Parallel dichotomy algorithm for solving tridiagonal system of linear equations with multiple right-hand sides. *Parallel Computing*. 2010. Vol. 36. No. 8. Pp. 423–438.
4. Ghia U., Ghia K. N., Shin C. T. High-Resolutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *Journal of computational physics*. 1982. Vol. 48. Pp. 387–411.